Capítulo 2 – A Cinemática

A Cinemática é a parte da Física que tenta descrever os movimentos, sem levar em consideração as suas causas. Para isso, organiza informações sobre a posição, o deslocamento, o espaço percorrido, a velocidade, a rapidez e a aceleração dos corpos.

É formalmente descrita a partir do físico, matemático, astrônomo e filósofo italiano Galileu Galilei (1564 – 1642). Através de suas experiências e observações, esse reconhecido cientista cria a noção de lei dos corpos, lei da inércia e referencial inercial: as bases para a Mecânica Newtoniana, tema do próximo capítulo.

A Variação

Naturalmente, as grandezas físicas sofrem variações ao longo do tempo, e com isso suas medidas. Você não tem o mesmo peso nem o mesmo tamanho de quando era um recém-nascido, ou seja, suas grandezas sofreram variações.

Para representar esta mudança, usamos em Física a letra grega Delta (Δ), que significa variação. O Delta de uma grandeza G qualquer é dado por:

$$\boxed{\Delta G = G_{\text{final}} - G_{\text{inicial}}}$$

ou

$$\boxed{\Delta G = G - G_0}$$

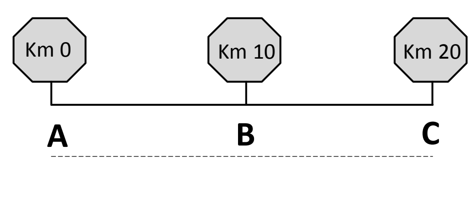
(podemos usar um pequeno zero embaixo da grandeza para representar que é inicial. Sem o zero embaixo, sabemos que é a final)

Encontrando a diferença entre o valor final e o valor inicial, teremos a variação da grandeza.

A Posição (s)

Apesar de ser um conceito bastante intuitivo, é o fundamento de todas as leis que regem o movimento. A posição de um corpo é o lugar que ele ocupa em um determinado instante, com relação a um **referencial**. Para compreender melhor, vamos imaginar uma estrada, que comece no “km 0”, como o exemplo abaixo:

__**Exemplo 2.1:**__



Quando um automóvel encontra-se na posição A, dizemos que ele está na posição **0** ou **0 km**. Como a medida posição é representada pela letra s, escrevemos:

$S_a = 0$ km

Isto significa que este automóvel está na posição 0, **EM RELAÇÃO À ESTA ESTRADA**. Neste caso, a estrada é o referencial. Para as posições B e C escrevemos:

$S_b = 10$ km

$S_c = 20$ km

Se o carro se desloca de A para B, dizemos que o seu **deslocamento** foi de 10 km. Afirmamos isso pois ele se encontrava no km 0 e agora está no km 10. Com isso, vemos que o seu deslocamento não é nada mais do que a variação da sua posição, ou seja:

$\Delta s = s_b - s_a$

$\Delta s = 10 - 0$

$\Delta s = 10$ km

Se o carro se desloca de A para C:

$\Delta s = s_c - s_a$

$\Delta s = 20 - 0$

$\Delta s = 20$ km

Se o carro se desloca de B para C:

$\Delta s = s_c - s_b$

$\Delta s = 20 - 10$

$\Delta s = 10$ km

A Velocidade

A velocidade é um conceito que está ligado à rapidez. Ao falarmos em movimento, cerne da Cinemática, dizemos esta grandeza como a rapidez do movimento.

Assim, podemos definir a velocidade como a taxa de variação da posição em relação à variação do tempo. Ou seja, se um carro está se movimentando a 60 km/h, significa que a cada hora este veículo se desloca 60 km. Os 60 km são o que nós vimos como variação da posição, e a hora seria a variação do tempo. Caso outro carro estivesse se movimentando a 80 km/h, este se deslocaria 80 km no mesmo intervalo de tempo, uma hora. Podemos dizer então que o segundo carro está mais rápido que o primeiro, pois no mesmo intervalo de tempo ele se deslocou uma distância maior (conseqüentemente, sua posição variou mais).

Chegamos, então, na seguinte equação:

$$\boxed{v = \frac{\Delta s}{\Delta t}}$$

Como, no SI, a unidade de posição é o **metro** e a de tempo é o **segundo**; então se dividindo um valor em metros por outro em segundos chegaremos à seguinte unidade de velocidade:

Unidade de velocidade no SI: [m/s]

Quando a resposta de algum problema não for solicitada em m/s ou no SI, podemos utilizar outras unidades como km/h, etc.

Exemplo 2.2:

Um carro está se movimentando em uma estrada retilínea. Ele se desloca 27 km em 3 horas. Achando sua velocidade:

Sabemos que: $\Delta s = 27$ km

$\Delta t = 3$ h

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$v = \frac{27\ km}{3\ h}$$

Resposta: $\boxed{v = 9\ \mathrm{km/h}}$

Vale lembrar que estamos considerando no caso acima que a velocidade é constante, ou seja, não sofre variação. Nas ocasiões em que há variação de velocidade, utilizamos o conceito de velocidade média.

Velocidade Média (v_m)

A velocidade média pode ser definida como, para uma determinada trajetória com diferentes velocidades, qual seria a velocidade constante que descreveria a mesma trajetória, no mesmo intervalo de tempo. Obedece à equação:

$$\boxed{v_m = \frac{\Delta s_{TOTAL}}{\Delta t_{TOTAL}}}$$

Note que esta equação é muito parecida com a de velocidade, que nós consideramos constante. Na verdade, são parecidas, pois, conforme a definição, a velocidade média é a velocidade constante que descreveria o mesmo movimento, portanto obedece às mesmas regras. Observe o exemplo abaixo:

Exemplo 2.3:

Um motorista sai da cidade A e vai para a cidade B com velocidade constante de 100 km/h. Após 2 horas, chega em B, e, lá, pára para tomar um café e descansar durante 1 hora. Após, sai da cidade B e vai para a cidade C com velocidade constante de 80 km/h durante 1 hora. Qual foi a velocidade média da viagem?

Para responder a essa pergunta, devemos saber qual foi a variação TOTAL da posição e qual foi a variação TOTAL do tempo.

Variação Total do Tempo:

A para B : $\Delta t = 2$ horas

Em B : $\Delta t = 1$ hora

B para C : $\Delta t = 1$ hora

Logo $\Delta t_{Total} = 2+1+1 =$ **4 horas**

Variação Total da Posição:

A para B:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$100 = \frac{\Delta s}{2}$$

$\Delta s = 200$ km

Em B: Δs = 0

B para C:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$80 = \frac{\Delta s}{1}$$

Δs = 80 km

Logo Δs_{Total} = 200 + 0 + 80 = **280km**

Aplicando os valores na fórmula:

$$v_m = \frac{\Delta s_{TOTAL}}{\Delta t_{TOTAL}}$$

$$v_m = \frac{280}{4}$$

Resposta: $\boxed{v_m = 70\ km/h}$

Isto significa que, caso o motorista fizesse o trajeto AC no mesmo intervalo de tempo, porém com velocidade constante, essa velocidade seria de 70 km/h.

A velocidade média também pode ser encontrada pela **média ponderada** de todas as velocidades ocorridas ao longo de um movimento, pesada pelos seus respectivos tempos de ocorrência. Este procedimento é menos comum, e está detalhado abaixo:

$$\boxed{v_m = \frac{v_1.t_1 + v_2.t_2 + v_3.t_3 + \ldots + v_n.t_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n}}$$

As duas equações apresentadas para o cálculo da velocidade média são na realidade, iguais, porém escritas de forma diferente.

Nota Importante: Convertendo a velocidade em km/h para m/s e vice-versa

Normalmente utilizamos em carros e motos, para medida de velocidade, a unidade km/h. No entanto, vimos que no SI a unidade de velocidade é m/s. Como fazer, então, a conversão de um valor em km/h para m/s?

1 km – 1.000 m

1 h – 3.600 s

Logo $\frac{1\ km}{1\ h} = \frac{1.000\ m}{3.600\ s} = \frac{1\ m}{3{,}6\ s}$

Então:

- De km/h para m/s, devemos **dividir** o valor por 3,6
- De m/s para km/h, devemos **multiplicar** o valor por 3,6

Ex: 72 km/h = 20 m/s (72 ÷ 3,6 = 20)

10 m/s = 36 km/h (10 × 3,6 = 36)

Movimento Retilíneo e Uniforme (MRU)

Como o próprio nome já sugere, é um movimento em uma trajetória em linha reta. É chamado de “Uniforme” pois, nele, a velocidade do corpo é **constante**.

$$\boxed{\text{v} = \text{constante}}$$

Desta maneira, podemos utilizar a equação de movimento já descrita nesse capítulo:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Vamos tentar, porém, transformar a fórmula acima em uma função matemática, do tipo y = ax + b (chamada de função afim ou simplesmente função do primeiro grau).

Inicialmente, vamos utilizar o conceito de Delta para detalhar a equação:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{s - s_0}{t - t_0}$$

Nesta etapa, simplesmente "abrimos" o Delta. Como o tempo relacionado ao movimento é o tempo de um cronômetro, e não o tempo em horas do dia, podemos considerar t_0 igual a zero, pois o cronômetro normalmente começa marcando 0. Assim ficamos com:

$$v = \frac{s - s_0}{t}$$

Passando t para o outro lado da equação, sob a forma de multiplicação, temos:

$$vt = s - s_0$$

Passando s_0 para o outro lado da equação, sob a forma de soma, chegamos em:

$$\boxed{s = s_0 + vt}$$

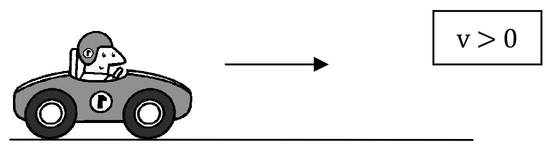
Portanto, temos agora uma equação do movimento em formato de função afim:

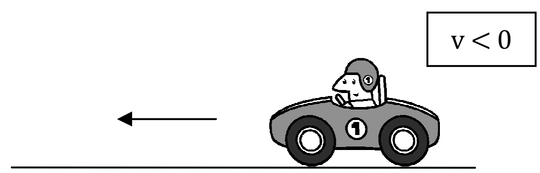
1. y (x) = b + ax
2. s (t) = s_0 + vt

Em 1, x e y são valores variáveis e a e b são valores constantes.

Em 2, s e t são valores variáveis e s_0 e v são valores constantes.

Por convenção, quando um corpo se desloca da esquerda para a direita do papel, sua velocidade é positiva. Quando este movimento é da direita para a esquerda sua velocidade é negativa.





Se o corpo estiver em repouso, dizemos que sua velocidade é nula (v=0). Na realidade, o sinal negativo na Física é diferente do sinal negativo da Matemática. Na Matemática, este significa "estar devendo", ou "estar faltando". Já em Física, este sinal indica que o sentido do vetor é inverso ao sentido convencionado como positivo, como foi visto na seção de Vetores.

Exercício Resolvido: Um carro está se deslocando em uma estrada retilínea com velocidade constante igual a 60 km/h. Determine quanto tempo ele leva para percorrer 3 km.

Resposta:

Dados do problema:

v = 60 km/h

Como não se falou nada sobre posição inicial, podemos usar:

$s_0 = 0$

s = 3 km

Colocando na fórmula de MRU.

$s = s_0 + vt$

(3) = (0) + (60). t

3 = 60t

$$t = \frac{3}{60}$$

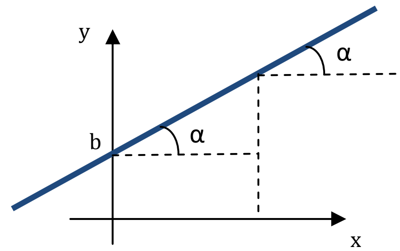
$$\boxed{t = 0{,}05\text{h} \quad \text{ou} \quad t = 3 \text{ min}}$$

Análise Gráfica

Antes de analisar a variação da posição em relação à variação do tempo graficamente, vamos relembrar alguns conceitos da Matemática.

Uma função do tipo y = ax + b é chamada de função afim, ou do primeiro grau, e é representada graficamente por uma reta.

Se a > 0 (função crescente)

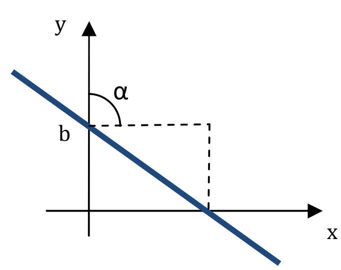


Lembrando que o ponto do eixo y por onde a reta passa é o valor b da equação. Isto se dá pois no eixo y o valor de x é zero. Assim, a equação fica y = a(0)+b = b.

Além disso, a reta pode assumir diversas inclinações. A cada inclinação diferente está associado um ângulo diferente, aqui chamado de α. Este ângulo irá depender do valor a da equação, seguindo a seguinte relação:

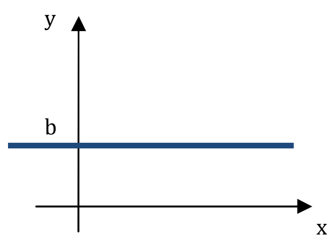
$$\boxed{\text{tg}\,\alpha = \frac{\Delta y}{\Delta x} = a}$$

Se a < 0 (função decrescente)



Valem as mesmas regras para a função decrescente. Verificar-se-á, no entanto, que como a inclinação da reta é negativa, a tangente do ângulo α também será negativa, ou seja, o valor de a será negativo.

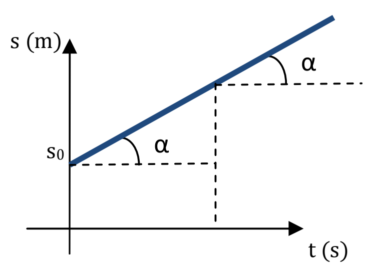
Se a = 0 (função constante)



Neste caso, o ângulo é de 0 graus. Como a tangente de 0 também é 0, a valerá 0.

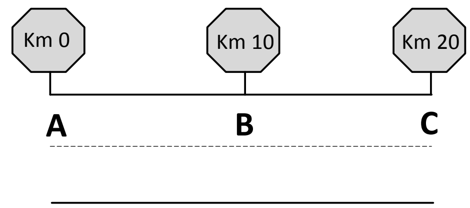
Utilizando tais regras para a equação do Movimento Retilíneo e Uniforme, temos:

Se v > 0 (esquerda para a direita)



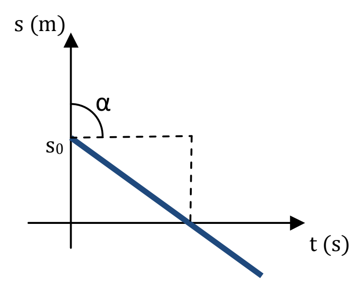
$$\boxed{\text{tg}\,\alpha = \frac{\Delta s}{\Delta t} = v}$$

Trocamos b por s_0 e a por v. Em outras palavras, conforme o tempo vai passando, a posição deste corpo vai aumentando. Para compreender melhor, basta lembrar o exemplo da estrada, utilizado no início deste capítulo.



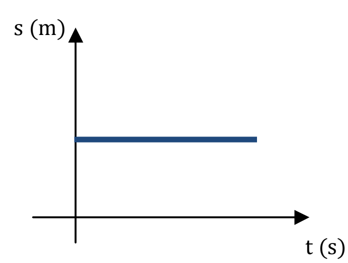
Se o carro está indo de A para C então sua posição em relação às placas da estrada está aumentando (km 0; km 10; km 20).

Se v < 0 (direita para a esquerda)



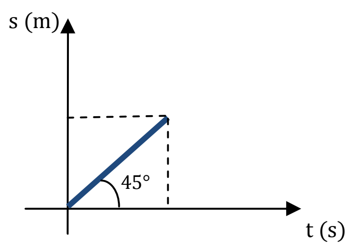
Se, no mesmo exemplo da estrada, o carro estiver indo de C para A, sua posição em relação às placas estará diminuindo (km 20; km 10; km 0).

Se v = 0 (repouso)



Quando a velocidade é nula, a posição do corpo não varia.

Exercício Resolvido: Um corpo se desloca em relação ao tempo conforme o gráfico abaixo:



Determine quanto tempo este corpo leva para percorrer 20 m.

Resposta:

Como a reta começa na origem, podemos dizer que $s_0 = 0$.

Como a inclinação da reta é de 45°, podemos encontrar a velocidade do corpo.

$v = \text{tg } 45° = 1$ m/s

Agora, basta utilizar a equação do MRU:

$s = s_0 + vt$

(20) = (0) + (1).t

$\boxed{t = 20 \text{ s}}$

A Aceleração

A aceleração, assim como a velocidade, também está ligada à rapidez. Mas, enquanto a velocidade mede a rapidez com que um corpo varia sua posição, a aceleração mede a rapidez com que um corpo varia sua velocidade. Assim, partimos do princípio que, para haver aceleração deve haver variação de velocidade.

Variação de Posição $\Longleftrightarrow$ Velocidade

Variação da Velocidade $\Longleftrightarrow$ Aceleração

De tal forma, podemos definir a aceleração como a taxa de variação da velocidade em relação à variação do tempo. Em outras palavras, o quão rápido a velocidade de um corpo está variando.

A partir da definição, chegamos à equação da aceleração:

$$\boxed{a = \frac{\Delta v}{\Delta t}}$$

Como a unidade da velocidade no SI é metros por segundo, e a do tempo é segundos, a unidade da aceleração será:

Unidade da aceleração no SI: [m/s²]

Exemplo 2.4: Um ciclista parte do repouso (v=0) e pedala até atingir a velocidade de 5 m/s. Para isto, ele leva 20 s. Sua aceleração será:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \frac{(5)\ m/s}{(20)\ s} = \frac{1}{4}\ \frac{m/s}{s}$$

$$\boxed{a = 0{,}25\ \mathrm{m/s^2}}$$

Aceleração Média (a_m)

Conceitualmente, a aceleração média e a velocidade média são idênticas, porém a aceleração leva em consideração a diferença de velocidade total, e a velocidade leva em consideração a diferença de posição total.

Logo, as equações da aceleração média são:

$$a_m = \frac{\Delta v_{TOTAL}}{\Delta t_{TOTAL}}$$

Ou então:

$$a_m = \frac{a_1.t_1 + a_2.t_2 + a_3.t_3 + \ldots + a_n.t_n}{t_1 + t_2 + t_3 + \ldots + t_n}$$

Pelas mesmas razões teóricas evidenciadas na Velocidade Média.

Movimento Retilíneo Uniformemente Variado (MRUV)

No MRU, a velocidade do corpo em movimento era considerada constante. Agora, vamos analisar um tipo de movimento no qual a velocidade varia.

O MRUV é também chamado de Movimento Acelerado. Tem este nome porque nele há variação da velocidade, e, quando isto ocorre, dizemos que há aceleração, como descrito acima.

O MRUV considera, porém, que a variação da velocidade acontece de forma constante (uniforme). Ou seja, a cada instante de tempo, a velocidade varia na mesma proporção.

$$\boxed{\text{a} = \text{constante}}$$

Para transformar a aceleração numa função matemática, faremos um procedimento semelhante ao da velocidade.

Inicialmente, vamos utilizar o conceito de Delta para detalhar a equação:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

Considerando t_0 igual a zero, pois o cronômetro normalmente começa marcando 0. Assim ficamos com:

$$a = \frac{v - v_0}{t}$$

Passando t para o outro lado da equação, sob a forma de multiplicação, temos:

$$at = v - v_0$$

Passando v_0 para o outro lado da equação, sob a forma de soma, chegamos em:

$$\boxed{v = v_0 + at}$$

Que, novamente, é uma função do primeiro grau do tipo y = ax + b. No entanto, agora as variáveis são v e t, e os valores constantes são v_0 e a.

Temos também como convenção que, quando o sentido da aceleração é da esquerda para a direita, atribuímos o sinal positivo. Quando seu sentido é da direita para a esquerda, atribuímos sinal negativo.

Outras definições também são importantes:

Movimento Progressivo	**X**	**Movimento Retrógrado**
Movimento Acelerado	**X**	**Movimento Retardado**

Mov. Progressivo: É o movimento, acelerado, da esquerda para a direita (ou seja, sinal positivo). Não importa se o módulo da velocidade está aumentando ou diminuindo, se o movimento ocorrer no sentido convencionado como positivo, o movimento é progressivo.

Mov. Retrógrado: É o movimento, acelerado, da direita para a esquerda (ou seja, sinal negativo). Não importa se o módulo da velocidade está aumentando ou diminuindo, se o movimento ocorrer no sentido convencionado como negativo, o movimento é retrógrado.

Mov. Acelerado: É o movimento cujo **módulo** da velocidade está aumentando. Não interessa agora o sentido do movimento.

Mov. Retardado: É o movimento cujo **módulo** da velocidade está diminuindo. Não interessa também o sentido do movimento. (Pode ser considerado como um exemplo de movimento retardado um veículo freando, pois neste caso o módulo de sua velocidade está diminuindo.)

Outras Equações do MRUV

A equação em forma de função afim, descrita para o MRUV, relaciona, conforme mencionado, as variáveis velocidade e tempo.

Seria interessante, contudo, obter uma equação do MRUV que relacione a posição (s) com o tempo (t). Sabemos que:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \qquad e \qquad a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Portanto, substituindo-se uma equação na outra, teremos:

$$a = \frac{\Delta(\frac{\Delta s}{\Delta t})}{\Delta t}$$

E, utilizando operações sofisticadas de álgebra, que não cabem nesta apostila, chegamos à seguinte equação:

$$\boxed{s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2}$$

Note que esta é uma função do segundo grau da Matemática, também chamada de função quadrática, do tipo y = ax² + bx + c.

<u>Exercício Resolvido:</u> Um atleta parte do marco zero de uma pista de corrida a partir do seu repouso, e atinge o final dessa pista, no marco 800 m, após 40 s. Determine a sua aceleração, sabendo que ela é constante.

Resposta:

Dados do Problema:

$s_0 = 0$
$v_0 = 0$
$s = 800 \text{ m}$
$t = 40 \text{ s}$

Substituindo na equação:

$$s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$$

$$(800) = (0) + (0).(40) + \frac{a}{2}.(40)^2$$

$800 = \frac{a}{2}.(1.600)$

1.600 = 1.600a

$\boxed{a = 1 \text{ m/s}^2}$

Equação de Torricelli

Ambas as equações vistas até aqui relacionam uma variável (v ou s) com o tempo. No século XVII, o matemático Evangelista Torricelli pensou em encontrar uma equação de MRUV na qual pudéssemos não levar em consideração o intervalo de tempo do movimento. Assim, através de técnicas avançadas de álgebra, chegou à seguinte equação:

$$\boxed{v^2 = {v_0}^2 + 2\, a\, \Delta s}$$

Em homenagem a ele, nomeou-se esta fórmula como **Equação de Torricelli**. Note que, nela, não é necessário saber o tempo do movimento.

<u>Exercício Resolvido:</u> Uma moto parte do repouso até atingir a velocidade de 4 m/s. Sabe-se que, para isso, teve que percorrer 4 m . Determine sua aceleração.

Resposta:

Dados do Problema:

$v_0 = 0$
$v = 4 \text{ m/s}$
$\Delta s = 4 \text{ m}$

Substituindo na equação:

$v^2 = {v_0}^2 + 2\, a\, \Delta s$
$(4)^2 = (0)^2 + 2.a.(4)$
16 = 8a

$\boxed{a = 2 \text{ m/s}^2}$

Com isto, vemos que no MRUV temos 3 equações:

1. $v = v_0 + at$
2. $s = s_0 + v_0 t + \frac{a}{2} t^2$
3. $v^2 = {v_0}^2 + 2\, a\, \Delta s$

Chamamos as funções 1 e 2 de **funções horárias** do movimento acelerado. Damos este nome pois são funções matemáticas que levam em consideração a variável tempo, daí o termo horária.

Movimento Vertical

- **Queda Livre**

O movimento de queda livre consiste em abandonar um corpo de uma determinada altura. Este, por sua vez, cairá até atingir o solo.

Acredito ser inquestionável o fato que este movimento é retilíneo, ou seja, sua trajetória é uma linha reta. No entanto, devemos analisar se este movimento é um MRU ou um MRUV.

Para responder a essa pergunta, temos que avaliar se a velocidade do corpo varia ao longo do movimento: se não variar (constante), é MRU; se variar, é MRUV. Vejamos:

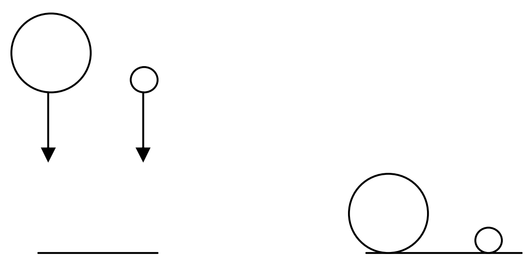
1. No exato instante em que o corpo é abandonado, sua velocidade é nula (v=0);
2. Ao longo do movimento de queda, sua velocidade não é nula;
3. Então, houve variação da velocidade, e com isso, deduzimos que o movimento vertical é um MRUV (pois a velocidade não é constante).

A partir de tais fatos, podemos tratar esse movimento de forma bastante semelhante ao MRUV, apresentado no item anterior. Devemos, porém, fazer algumas ressalvas. Por exemplo:

(i) Em se tratando de movimento vertical, não estaremos mais falando em posição(s) relativa a um referencial em alguma pista horizontal; mas sim em altura(h), em relação ao solo.

(ii) Desprezando a resistência do ar, se soltarmos dois corpos com massas muito diferentes, como uma bolinha de gude e uma enorme bola de chumbo da mesma altura, qual dos dois chegará ao solo primeiro?

A resposta é: os dois chegam ao mesmo tempo!



Se ambos os corpos, foram abandonados da mesma altura, e chegaram ao solo ao mesmo tempo, então o movimento que os dois realizaram foram os **mesmos**.
Podemos dizer, em outras palavras, que a aceleração dos dois foi a mesma.
Ou até mais, podemos dizer que a aceleração da gravidade é igual para todos os corpos, e vale:

$$\boxed{g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}}$$

No entanto, para facilitar os cálculos, normalmente arredondamos este valor para:

$$\boxed{g = 10\ m/s^2}$$

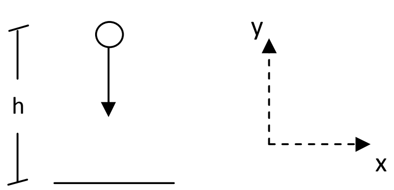
Então podemos fazer a seguinte tabela comparativa:

MRUV		**Mov. Vertical**
posição (s)	⇔	altura (h)
aceleração (a)	⇔	aceleração da gravidade (g)

No movimento horizontal, convencionamos que, caso o sentido da aceleração fosse da esquerda para a direita, a velocidade teria sinal positivo, do sentido contrário, teria sinal negativo.

A aceleração da gravidade será SEMPRE de cima para baixo. Para resolver as equações, precisamos definir qual será o sinal do sentido *de cima para baixo*.

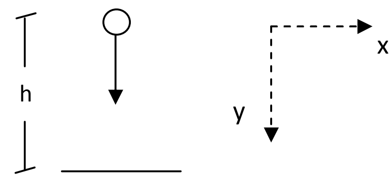
O sinal dependerá do sistema de referências a ser utilizado.



Neste primeiro caso, adotou-se que os valores crescem de baixo para cima, por isso o sentido *de baixo para cima* é POSITIVO. Então:

h é positivo
g é negativo

Vejamos outra convenção:



Neste caso, os valores crescem de cima para baixo, então:

h é negativo
g é positivo

É importante chamar a atenção que ambas as convenções estão corretas, ficando a critério do aluno a escolha de sua preferência.

Uma dica interessante é a de que o tempo nunca é negativo. Portanto, se alguma vez, durante a resolução de problemas de Movimento Vertical encontrar tempo negativo, veja se não utilizou uma convenção errada ou confundiu as duas apresentadas.

As equações de MRUV ficam da seguinte maneira na forma vertical:

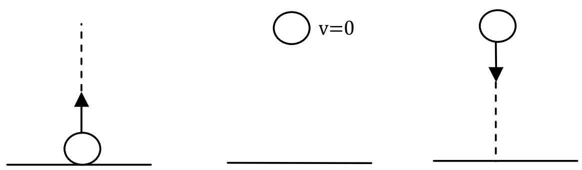
1. $v = v_0 + gt$

2. $h = h_0 + v_0 t + \frac{g}{2} t^2$

3. $v^2 = {v_0}^2 + 2\,g\,\Delta h$

Lançamento Vertical

Este tipo de lançamento ocorre quando lançamos um objeto verticalmente para cima, conforme a figura abaixo.



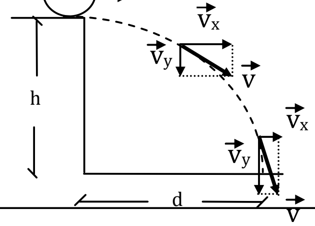
Com isso, o corpo lançado realizará dois movimentos: um de subida e outro de descida. Em ambos, estará realizando um MRUV, portanto no primeiro seu movimento será **retardado** (pois a aceleração da gravidade está freando o movimento; e, no segundo, será um movimento de queda livre analisado no item anterior.

É importante observar que, neste movimento, chamamos o tempo que um corpo leva para ir desde o ponto do qual ele é lançado até a altura máxima que ele atinge de *tempo de subida*. E o tempo que o mesmo leva para cair do ponto de altura máxima **até o ponto onde ele foi lançado** de *tempo de descida*. Assim:

tempo de subida = tempo de descida

As equações e convenções de sinal a serem utilizadas neste caso são as mesmas de Queda Livre.

Lançamento Não-Vertical



O Lançamento não-vertical ocorre quando um corpo está se deslocando em duas direções ao mesmo tempo. Assim, está realizando dois movimentos: um na direção vertical e outro na direção horizontal. A soma destes dois movimentos resulta nesta metade de parábola observada no diagrama acima.

Dividindo-se temos:

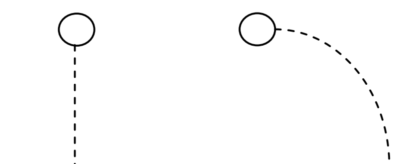
1- Vertical: É um movimento de Queda Livre, ou seja, **MRUV**

2- Horizontal: É um movimento uniforme, portanto, **MRU**, com um alcance d.

3- A velocidade final do corpo será dada pela soma vetorial das velocidades 1 e 2: $\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$

Desta maneira, cada movimento obedece às respectivas normas de MRU e MRUV.

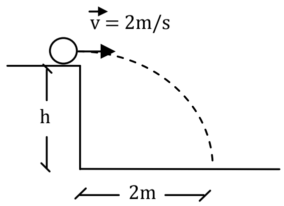
Os movimentos verticais e horizontais são **independentes.**



Em ambos os casos, o tempo de queda será o mesmo

DICA: Uma dica muito interessante para problemas deste tipo de movimento é: (1) determinar o tempo de queda, por MRUV e (2) aplicar este tempo na equação de MRU.

<u>**Exercício Resolvido:**</u> Um corpo desliza sobre uma mesa com velocidade escalar 2 m/s e atinge o solo a uma distância de 2 m. Determine (Use g=10m/s²):



a) O tempo de queda

b) A altura da mesa

Resposta:

a) Dados do problema:

v_x = 2 m/s (chamamos de v_x a velocidade na direção x, ou seja, a velocidade na direção horizontal)

d = 2 m

$s = s_0 + vt$

(2) = (0) + (2).t

2 = 2t

$\boxed{t = 1s}$

b) Como a velocidade inicial na **vertical** vale zero, temos:

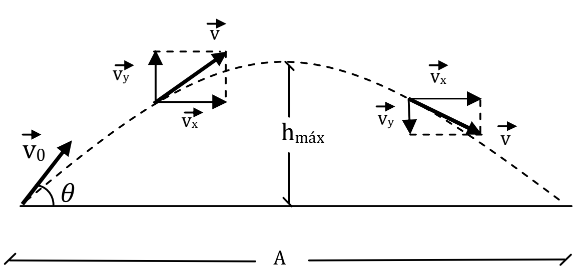
$v_{oy} = 0$

$h = h_0 + v_0t + (g/2)t^2$

$h = (10/2).(1)^2$

$\boxed{h = 5\ m}$

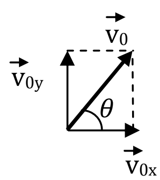
Lançamento Oblíquo



O lançamento oblíquo é muito semelhante ao lançamento não-vertical. Nele, também existem dois movimentos, um horizontal e um vertical, conforme a figura, e esses são MRU e MRUV, respectivamente. Assim, também obedecem às leis de MRU e MRUV. Além disso, algumas ressalvas importantes são:

- O corpo é lançado com uma inclinação em relação ao solo dada por θ.
- No momento em que o corpo passa no ponto de altura máxima ($h_{máx}$), seu $v_y = 0$
- O alcance A, representado na figura, será máximo quando o ângulo de lançamento Θ for 45°.
- tempo de subida = tempo de descida

Por decomposição de vetores:



$\vec{v_0} = \vec{v_{0x}} + \vec{v_{0y}}$

$$sen\,\theta = \frac{v_{0y}}{v_0} \qquad logo: \ \ v_{0y} = v_0\,sen\,\theta$$

$$\cos\theta = \frac{v_{0x}}{v_0} \qquad logo: \ \ v_{0x} = v_0\,cos\,\theta$$

<u>Exercício Resolvido:</u> Um giz é lançado obliquamente em relação ao solo com uma velocidade inicial de 4 m/s, formando 30° com a horizontal. Encontre (considere g = 10 m/s²):

a) A altura máxima que ele atinge
b) O tempo total do movimento

Resposta:

a) Para saber $h_{máx}$ basta analisar o movimento vertical (y).

$$v_{0y} = v_0 \, sen\,\theta$$

$$v_{0y} = (4)\, sen\,30°$$

$$v_{0y} = (4).(\frac{1}{2})$$

$$v_{0y} = 2\,m/s$$

Em $h_{máx}$, $v_y = 0$, logo:

$$v^2 = {v_0}^2 + 2\,g\,\Delta h$$

$$(0)^2 = (2)^2 + 2\,(-10)\,\Delta h$$

$$20\,\Delta h = 4$$

$$\boxed{\Delta h = 0{,}2\,m}$$

b)

$$v = v_0 + gt$$

$$(0) = (2) + (-10)\,t$$

$$10t = 2$$

$$\boxed{t = 0{,}2\,s}$$

EXERCÍCIOS CAPÍTULO 2

1) Um automóvel parte do quilômetro 60 de uma rodovia, indo até o quilômetro 100, de onde, mudando o sentido do movimento, vai até o quilômetro 45. Qual a variação de espaço e a distância efetivamente percorrida?

2) Um ônibus percorre um trajeto de 30km em 40min com velocidade constante. Qual a velocidade do ônibus?

3) Um automóvel percorre um trajeto de 60km, com velocidade constante de 10m/s. Qual o intervalo de tempo decorrido?

4) Sabe-se que a distância entre duas cidades é de 320km e que, na estrada que as liga, a velocidade máxima é de 80km/h. Calcule o tempo mínimo que se gasta para ir de uma cidade à outra, sem ultrapassar o limite permitido para velocidade.

5) Sabendo que a velocidade da luz é de $3{,}0 \times 10^5$ km/s, e que vemos a luz do sol com oito minutos de atraso, calcule a distância entre a Terra e o Sol.

6) Em um jogo da seleção brasileira, nos minutos decisivos, comete-se uma falta a favor do Brasil. O cobrador da falta chuta a bola que percorre a trajetória até o gol com uma velocidade média de 90km/h. O intervalo de tempo decorrido desde o momento em que a bola foi chutada até o instante em que ela chega no gol é de 0,84s. Calcule a que distância do gol a falta foi cometida.

7) Ao passar pelo “km 200” de uma rodovia, um motorista vê um anúncio com a inscrição: “ABASTECIMENTO E RESTAURANTE A 30 MINUTOS”. Considerando que este posto de serviços se encontra junto ao marco “km 245” dessa rodovia, pode-se concluir que o anunciante prevê, para os carros que trafegam nesse trecho, uma velocidade média, em km/h, de:

8) Uma escada rolante de 6m de altura e 8m de base transporta uma pessoa da base até o topo da escada num intervalo de tempo de 20s. Qual é a velocidade média desta pessoa, em m/s?

9) Um automóvel percorre um trecho retilíneo de estrada, indo da cidade A até a cidade B, distante 150km da primeira. Saindo às 10h de A, pára às 11h em um restaurante, onde demora 1h para almoçar. A seguir, prossegue a viagem e às 13h chega à cidade B. Qual a velocidade escalar média do automóvel no trecho AB?

10) Um automóvel percorre a distância entre São Paulo e Jundiaí (60km) com velocidade escalar média de 40km/h; entre Jundiaí e Campinas (30km) com velocidade escalar média de 60km/h. Qual a velocidade escalar média do automóvel entre São Paulo e Campinas?

11) Um automóvel faz metade de uma viagem com velocidade escalar média de 30km/h e a outra metade com velocidade escalar média de 60km/h. Calcule a velocidade escalar média do automóvel para todo o percurso.

12) Há 500 anos, Cristóvão Colombo partiu de Gomera (Ilhas Canárias) e chegou a Guanahani (Ilhas Bahamas), após navegar cerca de 3000 milhas marítimas (5556km) durante 33 dias. A velocidade média da travessia oceânica, no Sistema Internacional (SI) de Unidades, foi de aproximadamente:

a) 2×10^{-2}
b) 2×10^{-1}
c) 2×10^{0}
d) 2×10^{1}
e) 2×10^{2}

13) Um automóvel partindo do repouso atinge a velocidade escalar de 80km/h em 10s. Qual sua aceleração escalar média nesse intervalo de tempo?

14) A velocidade escalar de um automóvel diminui de 30m/s para 10m/s em 20s. Qual foi sua aceleração escalar média nesse intervalo?

15) A velocidade escalar de um automóvel aumenta de 36km/h para 108km/h em 10s. Qual é a sua aceleração escalar média, em km/h.s e em m/s^2?

16) Um carro movendo-se no sentido positivo do eixo X, com velocidade de 100km/h, freia de modo que após 1 minuto sua velocidade passa a ser 40km/h. Qual é a aceleração escalar média do carro nesse intervalo?

17) Uma bicicleta parte do "km 1" de uma estrada até o "km 0" da mesma estrada com uma velocidade inicial de módulo 2 km/h. Sabendo-se que a aceleração deste veículo era de 2 km/h^2, determine quanto tempo durou o percurso citado.

18) Um barco parte do repouso em um rio até atingir a velocidade de 12 m/s. Sabendo-se que o motor deste barco permite que ele atinja uma aceleração de 6 m/s^2, determine a distância do percurso.

19) Uma partícula é lançada horizontalmente, com velocidade cujo módulo é v_0 = 25m/s, de um ponto O situado 180m acima do solo, numa região em que a aceleração da gravidade tem módulo g = $10m/s^2$.

a) Depois de quanto tempo a partícula atinge o solo?

b) Qual o alcance horizontal do lançamento?

c) Qual o módulo da velocidade da partícula no momento em que atinge o solo?

20) Um avião voa à altura de 2000m, paralelamente ao solo, com velocidade constante v_0 = 100m/s, no momento em que solta uma bomba. Desprezando os efeitos do ar, e supondo g = $10m/s^2$, calcule:

a) o tempo que a bomba demora para atingir o solo;

b) o alcance horizontal;

c) o módulo da velocidade da bomba, momento em que atinge o solo.

21) Um canhão dispara projéteis com velocidade v_0 = 200m/s. Desprezando os efeitos do ar e adotando g = $10m/s^2$, calcule:

a) o alcance horizontal máximo;

b) a altura máxima quando o alcance horizontal for máximo;

22) Um canhão dispara projéteis com velocidade de módulo v_0 e ângulo de tiro θ, tal que seu alcance horizontal seja máximo. Sabendo que os projéteis permanecem no ar durante 4,0 segundos e que g = $10m/s^2$, determine:

a) o valor de v_0;

b) o alcance horizontal.

Gabarito

1) Δs = 15m e d = 95m

2) Vm = 45km/h

3) Δt = 1,0h e 40min

4) Δt = 4,0h

5) Δs = $1,44 \times 10^8$

6) Δs = 21m

7) Vm = 90km/h

8) Vm = 0,50m/s

9) Vm = 50km/h

10) Vm = 45km/h

11) Vm = 40km/h

12) c

13) a = 8,0km/h.s

14) a = $-1,0m/s^2$

15) a = 7,2km/h.s

a = $2,0m/s^2$

16) a = –1,0km/h.s

17) t = 1,0 h

18) s = 12 m

19) a) 6,0s b) 150m

c) 65m/s

20) a) 20s b) 2000m

c) $100\sqrt{5}$ m/s

21) a) 4000m b) 1000m

22) $20\sqrt{2}$ m/s b) 80m